



ISSN 1988-6047

DEP. LEGAL: GR 2922/2007

Nº 19 – JUNIO DE 2009

“ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN MATEMÁTICAS”

AUTORÍA SERGIO BALLESTER SAMPEDRO
TEMÁTICA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, COMPETENCIA MATEMÁTICA
ETAPA EP, ESO, BACHILLERATO

Resumen

La heurística estudia los métodos o diferentes estrategias de resolución de problemas.

Al surgir un problema e intentar resolverlo llegando a una solución es como surgen las Matemáticas.

Para que las estrategias usadas de resolución de problemas lleguen a buen puerto deben seguir unos pasos, es decir, unos modelos matemáticos.

Palabras clave

Resolución, problemas, estrategia.

1. INTRODUCCIÓN:

El razonamiento heurístico tiene como objetivo dar con la solución de un problema. Por tanto es algo provisional pues durante el proceso de resolución de un problema hasta que se encuentra la solución, se usan hipótesis, por tanto no se debe confundir con una demostración matemática.

La resolución de problemas en Matemáticas se estudian con más interés a partir de los años sesenta cuando George Polya publica su libro “Cómo plantear y resolver problemas”.

La resolución de problemas es un contenido muy importante porque es un medio de aprendizaje y de refuerzo de contenidos.

Hoy en día, existen varias tendencias sobre el modelo de resolución de problemas, aquí nos referiremos más sobre el modelo de resolución propuesto por G. Polya, al propuesto por Mason-Burton-Stacey y al propuesto por Miguel de Guzmán.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 19 – JUNIO DE 2009

Una de las mayores dificultades a la hora de resolver problemas se da a la hora de entender el enunciado.

La resolución de problemas es una de las cosas que deben aprenderse en Matemáticas, también mediante la resolución de problemas se facilita la adquisición de contenidos y competencias básicas.

2. MODELOS MATEMÁTICOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:

Un modelo es una guía que nos indica los pasos a realizar para resolver un problema, su finalidad es lograr que los alumnos/as consigan unos hábitos que les ayuden a resolver el problema.

Existen varios modelos de resolución de problemas, aquí trataremos únicamente los tres siguientes: Modelo de Polea, Modelos de Mason-Burton-Stacey y el Modelo de Miguel de Guzmán.

2.1. Modelo de Polya:

Distingue entre dos tipos de problemas: Por resolver y Por demostrar.

Los problemas por resolver tienen una mayor aplicación en las Matemáticas elementales, pues su objetivo es descubrir una incógnita. Sin embargo los problemas por demostrar pertenecen a matemáticas más superiores y su objetivo es demostrar que las hipótesis enunciadas son ciertas o falsas.

Sea el que sea el tipo de problema, según Polya se necesitan cuatro fases para resolverlo:

- Comprender el problema (enunciado). (Se debe usar una notación apropiada)
- Concebir un plan ó estrategia.
- Ejecutar el plan (ordenar las ideas y resolver el problema).
- Analizar la solución obtenida (generalizar a otro problema mayor).

Estas etapas no están separadas, sino que mientras se va resolviendo el problema se van mezclando. En cada fase van surgiendo ideas que nos ayudan a avanzar en el proceso de resolución, a estas ideas y preguntas que van surgiendo se les llaman herramientas heurísticas. Dentro de esta parte de las herramientas heurísticas, llamamos sugerencias ó pautas a aquellas preguntas que se refieren a aspectos concretos del problema como por ejemplo: ¿cuáles son los datos?, ¿cuál es la incógnita?. Y llamaremos estrategias de resolución a aquellas preguntas con las que podemos transformar el problema en otro más sencillo para la persona que lo está resolviendo.

Con las herramientas heurísticas se puede evitar el bloqueo a la hora de resolver problemas.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 19 – JUNIO DE 2009

2.2. Modelo de Mason-Burton-Stacey:

En este modelo sólo se consideran tres fases:

- Abordaje (son la 1ª y 2ª de Polya).
 - Ataque (llevar a cabo el plan).
 - Revisión (analizar si la solución obtenida es correcta y si se puede aplicar a otros problemas).
- Este modelo tiene en cuenta el estado psicológico de la persona que resuelve el problema.

2.3. Modelo de Miguel de Guzmán:

Consta de cuatro fases:

- Familiarización con el problema.
- Búsqueda de estrategias (tener un plan).
- Llevar adelante las ideas.
- Revisar el proceso y sacar consecuencias de él.

Este modelo lo veremos más detenidamente analizando sus fases:

- Familiarización con el problema

El punto de partida para la resolución de problemas es familiarizarnos con el problema, comprendiendo el enunciado, sabiendo los datos que intervienen, las relaciones entre los datos y lo que se pide en el problema.

En esta fase se busca que la persona que resuelve el problema sea capaz de describir el problema con sus propias palabras, de forma más personal que el enunciado.

- Búsqueda de estrategias (tener un plan)

Aquí se trata de encontrar estrategias con las que podamos tratar el problema, como por ejemplo: empezar por lo más fácil; hacer esquemas, figuras; escoger una notación adecuada; buscar semejanzas con problemas conocidos; etc.

- Llevar adelante las ideas

En esta fase hemos de seleccionar la estrategia que nos parezca que pueda resultar mejor para resolver el problema.

Antes de dar por concluido el problema hay que asegurarse de haber llegado a la solución y no dar medias soluciones.

Si la idea que se ha seguido no lleva a la resolución del problema hay que utilizar alguna de las que hayan aparecido a lo largo del proceso de resolución, y en el caso de que ninguna de las ideas sea útil habrá que volver a la fase anterior y buscar nuevas estrategias sin desanimarse.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 19 – JUNIO DE 2009

- Revisar el proceso y sacar consecuencias de él

Puede que el alumno/a haya encontrado o no la solución del problema. Se hace necesario una revisión sobre el proceso seguido con preguntas como: ¿en qué hemos fallado? o si ¿las soluciones que hemos encontrado satisfacen el enunciado del problema?.

También es importante sacar consecuencias del problema, para ellos nos podemos preguntar ¿qué pasaría si cambiamos los datos del problema?.

Los tres modelos tienen en común partir de una buena comprensión del enunciado del problema, resolverlo o intentarlo y realizar una reflexión sobre la solución y la posibilidad de modificar el problema.

3. ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:

Las diferentes estrategias se agrupan en las cuatro fases del modelo Polya ó Miguel de Guzmán que son muy semejantes y sólo se diferencian en el nombre de las fases.

1ª Fase: Comprensión del problema

- Eliminación de términos por sus definiciones: podemos traducir aquellos términos que se desconozcan. Cuando en el enunciado de un problema se sustituyen los términos técnicos por lo que significan, se suele aclarar lo que se pide y cuáles son los datos.
- Representación gráfica: es muy usada en Geometría, en teoría de grafos, etc. Una figura, esquema ó dibujo ayuda a comprender mejor el enunciado del problema.

En los dibujos de figuras geométricas se intentarán que sean lo más precisas posibles, dibujando los elementos de la figura de forma que cumplan las relaciones dadas por el enunciado.

Otros ejemplos en los que se pueden usar representaciones gráficas es por ejemplo la utilidad de los diagramas de árbol para el cálculo de probabilidades ó las representaciones gráficas de funciones.

- Notación: fue uno de los avances más importantes en las matemáticas.

En muchas ocasiones entender y resolver un problema pasa por la traducción de partes del enunciado a una notación adecuada.

- Descomponer y recomponer un problema: en la resolución de un problema, a veces es útil descomponerlo en problemas más sencillos que posteriormente se pueden recomponer y así su resolución puede ser más fácil.
- Hacer preguntas intermedias: una de las estrategias más importantes en la resolución de problemas es la habilidad para preguntarse lo que no se pregunta explícitamente en el problema, pero que se puede responder usando la información que nos da el problema. Hacerse preguntas



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 19 – JUNIO DE 2009

intermedias nos permite avanzar desde los datos del problema hasta la solución del mismo. La resolución de un problema complejo puede ser más sencillo si se hacen preguntas intermedias.

2ª Fase: Concebir un plan ó estrategia:

- Generalización: consiste en pasar del estudio de un objeto o situación concreta a un conjunto de objetos o situaciones.

La generalización es una forma de inducción, así, el razonamiento inductivo lleva a dar con leyes generales a partir de observar ejemplos particulares.

Es decir, consiste en pasar de la particularización de problemas a su generalización.

- Particularización: consiste en pasar de considerar un conjunto de objetos a considerar un conjunto más pequeño.

Una particularización interesante son los contraejemplos, pues es el método más simple para demostrar que una proposición es falsa al encontrar un caso particular para el que no se cumpla esa proposición.

- Problemas relacionados: es frecuente que cuando se resuelve un problema nos recuerde en alguna parte a otro problema que ya se haya resuelto.

Encontrar un modelo de problemas nos puede servir de ayuda para resolver una parte de un problema.

- Simetría: resolver problemas por simetría es una estrategia útil y sencilla de aplicar, sobre todo en los problemas geométricos.

3ª Fase: Ejecutar el plan:

La resolución del problema es la parte más matemática.

- Razonamiento regresivo: se estudian dos métodos uno de análisis y otro de síntesis.

En el método de análisis se admite como verdadero lo que hay que demostrar. Se trata de buscar de qué hecho se puede obtener el resultado que queremos conseguir, luego se ha de buscar de qué hecho se puede obtener el anterior hecho y así sucesivamente hasta que encontremos un hecho que se pueda considerar como verdadero. A este proceso se le llama razonamiento retroactivo o hacia atrás.

En el método de síntesis que es de “dirección contraria” al de análisis. Partimos de una verdad deduciendo otras verdades hasta que se llega a la pedida en el problema.

- Reducción al absurdo: es un método por el que se demuestra la falsedad de una afirmación y deduciendo por tanto una falsedad.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 19 – JUNIO DE 2009

- Demostración indirecta: es un método por el que se demuestra la verdad de una afirmación demostrando la falsedad de la afirmación contraria. En muchas ocasiones para demostrar la falsedad de la afirmación contraria usamos el método de reducción al absurdo.

4ª Fase: Analizar la solución obtenida:

Es importante comprobar el resultado mediante el análisis de un caso particular y en ocasiones resulta interesante intentar generalizar el resultado obtenido.

También se debe comprobar el razonamiento hecho, aunque no es muy útil repetir exactamente el mismo proceso.

- Analogía: es una semejanza entre dos objetos o situaciones con lo que, dichos objetos o situaciones puedan coincidir en algunas relaciones. Es decir, si vemos la solución de otro problema análogo podemos establecer unas semejanzas y diferencias con el problema tratado.

La analogía puede ser útil ya que podemos utilizar el método de resolución de un problema análogo para resolver el nuestro, o también podemos utilizar el resultado de ese problema análogo, en ocasiones, puede suceder que el resultado no sea aplicable a nuestro problema por lo que será necesario reformarlo hasta que sea útil.

- Simulación: en ocasiones la realización del problema en la vida real ayuda a entenderlo. Gracias a los ordenadores es posible realizar simulaciones que se aproximan mucho al modelo teórico.

Dependiendo del grado de madurez matemática de los alumnos/as podemos realizar el problema en la imaginación e incluso en la manipulación pura.

4. DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:

Comprender y resolver un problema implica tener que conocer operaciones concretas, una comprensión clara de los concretos, también es necesario que el alumno/a sepa expresar por medio del lenguaje matemático las operaciones e ideas.

El lenguaje es un factor de gran importancia, en general los problemas se plantean por escrito y por tanto es necesario conocer el lenguaje utilizado, es preciso una comprensión lectora y saber expresar la solución del problema con la simbología adecuada.

Se ha de analizar el texto, estableciendo los datos con los que se cuenta, y cómo se pueden usar para llegar a la solución, para hacer esto es necesario una interpretación matemática.

Analizaremos las dificultades debidas al lenguaje, al análisis del problema y al razonamiento matemático.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 19 – JUNIO DE 2009

- Dificultades en relación con el lenguaje:

En ocasiones el alumno/a no resuelve problemas sencillos, simplemente porque no ha entendido lo que se le pide en el enunciado.

Mientras un alumno/a no desarrolle una comprensión lectora, no puede entender un problema que venga escrito, esto puede ser a causa de diversas circunstancias.

El lenguaje, tanto oral como escrito, puede ser un obstáculo en la comprensión de problemas y esto se ve aumentado cuando sustituimos el lenguaje común por el matemático.

- Dificultades en el análisis del problema:

Una vez que se ha leído y comprendido el problema hay que analizarlo matemáticamente. Se debe determinar los datos con los que se cuenta y para qué sirven, en ocasiones es difícil para algunos alumnos/as el ver para qué sirven los datos de forma que partiendo de lo que conocemos podamos dar con la incógnita.

El conocer qué deben buscar, cuál es el dato que les falta, es un error común para los alumnos/as. Saber qué queremos hallar, es una parte clave para resolver un problema.

- Dificultades en el razonamiento matemático:

Una vez entendido el enunciado y ordenado los datos, se tiene que establecer el proceso que se debe seguir para encontrar la solución. Lo esencial es el razonamiento, el proceso lógico.

Durante el razonamiento de la solución e deben usar los conocimientos y analizar con lógica los datos dados, lo que se debe hacer y por qué.

5. IMPORTANCIA HISTÓRICA DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:

Descartes se interesó por las estrategias de resolución de problemas, así, intentó encontrar un método universal para resolver problemas.

También Bolzano hizo sus aportaciones a este tema, intentó recoger reglas y pautas a seguir en la resolución de problemas

Vamos a comentar algunas de las distintas estrategias de resolución de problemas que se han utilizado a lo largo de la historia de las matemáticas.

En las civilizaciones prehelénicas la Matemática estaba reducida a la solución de problemas prácticos, principalmente numéricos. Hay muestras de problemas para la obtención de una incógnita en el que se utiliza lo que hoy llamamos método de la falsa posición o regula falsi.

En la civilización griega la Geometría fue decisiva en los métodos de resolución de problemas.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 19 – JUNIO DE 2009

La demostración indirecta y la reducción al absurdo como estrategias de resolución de problemas tienen su origen en la matemática griega.

El método de resolución de problemas conocido por generalización y particularización ha sido muy utilizado a lo largo del tiempo. Uno de los ejemplos más conocidos es la Fórmula de Euler. También fue usada por Descartes, Cauchy.

El uso de una notación adecuada ha sido una de las estrategias más importantes para la evolución de las matemáticas. Para la resolución de problemas de forma más rápida y entendible se hizo necesario la introducción de notaciones. Así, conseguir la notación algebraica que hoy conocemos llevó varios siglos. Así la notación ha ido variando desde un álgebra retórica donde se utilizaban palabras del lenguaje ordinario, luego pasó a un álgebra sincopada donde se usaba el lenguaje ordinario y algunas abreviaturas y por último un álgebra simbólica donde solamente se usan símbolos.

Matemáticos como Descartes, Fermat, Newton o Leibnitz contribuyeron a que la formulación del Álgebra fuera completa.

5. BIBLIOGRAFÍA:

- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- De Guzmán, M. (2004). *Cómo hablar, demostrar y resolver en Matemáticas*. Madrid: Anaya.

Autoría

- Nombre y Apellidos: Sergio Ballester Sampedro
- Centro, localidad, provincia: IES López-Neyra, Córdoba, Córdoba
- E-mail: sballess@yahoo.es